ИЛ

АКАДЕМИЯ
СОВРЕМЕННЫХ
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ

ИЛ **Инженерная логика**

ИЛ.2 Законы логики суждений
(количество частей – 1, число страниц - 9)

ИЛ.2

Суждение – это повествовательное предложение, которое может быть истинным или ложным. Логика суждений изучает законы правильных рассуждений. Автор не открывает здесь ничего нового, но, излагая данный материал, хочет показать всю простоту выводов данных законов, следовательно, и их никчёмность: незачем заучивать десятки правил, если доказательство столь примитивно. Всё дело в том, что в классической логике доказательство построено на громоздком аппарате таблиц истинности, а мы будем использовать формулу импликации и карту Карно.

Алгоритм «Импульс».

Алгоритм инженерного анализа законов логики суждений чрезвычайно прост:

1)произвести замену всех знаков импликации на символы дизъюнкции в соответствии с известной формулой $x \to y = x' + y$***;***

2)привести полученное выражение к ДНФ;

3)занести ДНФ в карту Карно и убедиться, что она вся покрыта единицами – это свидетельствует об истинности проверяемого закона или суждения.

Воспользуемся перечнем импликативных законов для проверки алгоритма **«Импульс».**

Законы импликативных выражений.

1.Закон исключённого третьего: р или неверно, что р.

В переводе на язык логики этот закон выглядит так: $p + p' = 1$. Проверяется простой подстановкой.

2.Закон непротиворечивости: неверно, что [р и не р].

На языке логики: $p \& p' = 0$. Это равенство также проверяется тривиальной подстановкой.

3.Закон двойного отрицания: если [не (не р)], то р.

Необходимо доказать, что $(p')' \to p = 1$.Доказательство основано на двойном отрицании и импликации: $(p')' \to p = p \to p = p' + p = 1$.

4.Обратный закон двойного отрицания: если р, то [не (не р)].

$p \to (p')' = p' + p = 1$.

5.Закон контрапозиции: если (если р, то q), то [если (не q), то(не р)].

$(p \to q) \to (q' \to p') = (p' + q) \to (q + p') = pq' + p' + q = 1$.

Законы, характеризующие конъюнкцию.

1.Если (р и q), то (q и р): $pq \to qp = (pq)' + pq = 1$.

2.Если (p и q),то p: $(pq) \to p = (pq)' + p = p' + q' + p = 1.$

3.Если (p и q), то q: $(pq) \to q = (pq)' + q = p' + q' + q = 1.$

4.Если p, то [если q, то (p и q)]: $p \to (q \to pq) = p' + q' + pq = 1.$

Законы импликативных суждений.

1.Если [(если p, то q) и (если p,то r)], то [если p, то(q и r)].

$$[(p \to q)(p \to r)] \to (p \to qr) = [(p' + q)(p' + r)]' + p' + qr =$$
$$= (p'+qr)'+p'+qr = 1.$$

2.Если [(если p, то q) и (если r,то s)],то [если(p и r),то (q и s)].

$$[(p\to q)(r\to s)] \to (pr\to qs) = [(p'+q)(r'+s)]'+p'+r'+qs = pq'+rs'+p'+r'+qs = 1.$$

3.Если [(если p, то q) и (если q, то r)],то (если p, то r).

$$[(p\to q)(q\to r)] \to (p\to r) = pq'+qr'+p'+r = 1.$$

4.Если [(если p, то q) и (если r, то q)],то [если (p или r), то q].

$$[(p\to q)(r\to q)] \to [(p+r) \to q] = pq'+rq'+p'r'+q = 1.$$

Законы, характеризующие дизъюнкцию.

1.Если (p или q), то (q или p).

$$(p+q) \to (q+p) = (p+q)'+(p+q) = 1.$$

2.Если (p или q), то (если не p, то q).

$$(p+q) \to (p'\to q) = p'q'+p+q = 1.$$

Задача Лобановой С.В.

При синтезе функции переноса в одноразрядном сумматоре получается выражение:

p1 = p0(a⊕b)+ab, где a,b – складываемые числа, p0 и p1 – входной и выходной переносы. После минимизации получается функция p1 = p0(a+b)+ab. Напрашивается «очевидный» вывод: (a⊕b) = (a+b). Но это противоречит здравому смыслу и математике. Поэтому проверим истинность суждения:

[(p0(a⊕b)+ab) = [(p0(a+b)+ab)] → [(a⊕b) = (a+b)].

Решение.

Доказывать истинность {(p0(a⊕b)+ab) = [(p0(a+b)+ab)]} → [(a⊕b)=(a+b)] достаточно муторно, поэтому рассмотрим общий случай, и на его основе выведем общий закон, а на основе закона решим задачу Лобановой С.В.

Исходя из равенств y = ax+b, y = az+b проверить суждение

[(ax+b) = (az+b)] → (x=z), т.е. можно ли удалять из правой и левой части равенства одинаковые логические слагаемые и сомножители.

На основе алгоритма «Импульс» получаем

$[(ax+b)=(az+b)]\to(x=z) = (ax+b)\oplus(az+b)+(x=z) = (ax+b)(az+b)' + (ax+b)'(az+b) + (x=z) = (ax+b)(a'b'+b'z')+(a'b'+b'x')(az+b)+(x=z) = ab'xz'+ab'x'z+xz'+x'z = xz'+x'z \neq 1$, т.е. нельзя сокращать или отбрасывать общие множители или общие слагаемые.

Из этого закона ясно видно, что исходное суждение ложно. Это было видно и без закона, на основании здравого смысла, однако его всегда нужно поддерживать строгими математическими доказательствами. Поскольку закон был получен на основании задачи Лобановой С.В., то он носит её имя. Поставить вопрос оказалось сложнее, чем ответить на него.

Мы доказали, что нельзя сокращать обе части равенства на общие логические сомножители или удалять общие логические слагаемые.

Задача Лобановой С.В.

При синтезе функции переноса в одноразрядном сумматоре получается выражение:

$p1 = p0(a\oplus b)+ab$, где a,b – складываемые числа, p0 и p1 – входной и выходной переносы. После минимизации получается функция $p1 = p0(a+b)+ab$. Напрашивается «очевидный» вывод: $(a\oplus b) = (a+b)$. Но это противоречит здравому смыслу и математике. Поэтому проверим истинность суждения:

$[(p0(a\oplus b)+ab) = [(p0(a+b)+ab)] \to [(a\oplus b) = (a+b)]$.

Решение.

Доказывать истинность $\{(p0(a\oplus b)+ab) = [(p0(a+b)+ab)]\} \to [(a\oplus b)=(a+b)]$ достаточно муторно, поэтому рассмотрим общий случай, и на его основе выведем общий закон, а на основе закона решим задачу Лобановой С.В.

Исходя из равенств $y = ax+b$, $y = az+b$ проверить суждение

$[(ax+b) = (az+b)] \to (x=z)$, т.е. можно ли удалять из правой и левой части равенства одинаковые логические слагаемые и сомножители.

На основе алгоритма «Импульс» получаем

$[(ax+b)=(az+b)]\to(x=z) = (ax+b)\oplus(az+b)+(x=z) = (ax+b)(az+b)' + (ax+b)'(az+b) + (x=z) = (ax+b)(a'b'+b'z')+(a'b'+b'x')(az+b)+(x=z) = ab'xz'+ab'x'z+xz'+x'z = xz'+x'z \neq 1$, т.е. нельзя сокращать или отбрасывать общие множители или общие слагаемые.

Из этого закона ясно видно, что исходное суждение ложно. Это было видно и без закона, на основании здравого смысла, однако его всегда нужно поддерживать строгими

математическими доказательствами. Поскольку закон был получен на основании задачи Лобановой С.В., то он носит её имя. Поставить вопрос оказалось сложнее, чем ответить на него.

Мы доказали, что нельзя сокращать обе части равенства на общие логические сомножители или удалять общие логические слагаемые.

Закон Лобановой С.В.

Сокращение на общий множитель или отбрасывание общих частей в левой и правой половинах логического уравнения недопустимо.

Как видит читатель, такие законы можно «изобретать» и доказывать десятками. Во всех выводах применялась аналитическая минимизация логических функций. Однако значительно проще для этой цели использовать карты Карно.

Как видит читатель, такие законы можно «изобретать» и доказывать десятками. Во всех выводах применялась аналитическая минимизация логических функций. Однако значительно проще для этой цели использовать карты Карно.

Проверим Русскую логику (РЛ) на задачах Катречко (Катречко С. Л. Введение в логику. – М.: УРАО, 1997.):

Задача 1.

Если в суффиксе данного полного прилагательного или причастия пишется два **н**, то они пишутся и в соответствующем наречии. Неверно, что в суффиксе данного наречия пишется два **н**. Следовательно, в суффиксе полного прилагательного или причастия, из которого образовалось наречие, пишется одно **н**.

Решение.

X – в причастии два **н**,

Y – в полном прилагательном два **н**,

Z – в наречии два **н**.

$((x+y) \rightarrow z)z' \rightarrow x'y' = (x'y'+z)z' \rightarrow x'y' = x'y'z' \rightarrow x'y' = x+y+z+x'y' = 1.$

Мы доказали заданное заключение.

Задача 2.

Он сказал, что придёт, если не будет дождя (а на его слова можно полагаться). Но идёт дождь. Значит, он не придёт.

Решение.

X – он придёт,

Y – нет дождя.

$M = (y \to x)y' \to x' = (y'+x)y' \to x' = y' \to x' = y+x' \neq 1.$

Следовательно, вывод был опрометчивым.

Задача 3.

Если равнодействующая всех сил, действующих на движущееся тело, не равна 0, то оно движется неравномерно или непрямолинейно, так как известно, что если эта равнодействующая равна 0, то тело движется равномерно и прямолинейно.

На этом примере покажем важность правильной и полной формулировки задачи.

Решение.

Проверим это утверждение. Введём следующие обозначения:

X – равнодействующая всех сил равна 0,

Y – движение равномерно, Z - движение прямолинейно.

Тогда по алгоритму "Импульс" получим:

$(x \to yz) \to (x' \to (y'+z')) = (x'+yz) \to (x+y'+z') = x(y'+z')+x+y'+z' =$

$= x+y'+z' \neq 1.$

Т.е. мы доказали несостоятельность данного утверждения. Однако, это не согласуется с механикой. Почему так вышло? Дело в том, что в исходных условиях мы не отразили существование второго закона: если тело движется равномерно и прямолинейно, то равнодействующая всех сил, действующих на движущееся тело, равна 0. Учитывая оба закона, получим следующее доказательство:

$(x \to yz)(yz \to x) \to (x' \to (y'+z')) = (x'+yz)((yz)'+x) \to (x+y'+z')=$

$= x(yz)'+x'yz+x+y'+z' = 1.$

В данном случае результат соответствует законам физики.

Большое количество примеров и задач по логике суждений можно найти в [5].

Практикум по логике суждений.

Задача 1.

Джонс утверждает, что не встречал этой ночью Смита. Если Джонс не встречал этой ночью Смита, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжёт. Если Смит не был убийцей, то Джонс не встречал его этой ночью, а убийство было совершено после полуночи. Если убийство было совершено после полуночи, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжёт. Следовательно, убийцей был Смит.

Решение.

X – Джонс не встречал Смита, Y – Смит – убийца,

Z – убийство было совершено после полуночи.

$(x \to (y+x'))(y' \to xz)(z \to (y+x')) \to y = (x'+y)(y+xz)(z'+y+x') \to y =$

$xy'+y'(x'+z')+xy'z+y = 1.$

Т. е. Смит – убийца.

Задача 2.

По обвинению в ограблении перед судом предстали А, В и С. Установлено следующее:

1. Если А не виновен или В виновен, то С виновен.

2. Если А не виновен, то С не виновен.

Можно ли установить виновность каждого из трёх подсудимых?

Решение.

Обозначим через a, b, c виновность А, В и С. Тогда получим полную единицу системы в виде:

$M = ((a'+b) \to c)(a' \to c') = (ab'+c)(a+c') = ab'+ac.$

Подозреваемый А виновен безусловно.

Задача 3.

Прямые a и b или параллельны, или пересекаются, или скрещиваются. Если прямые a и b лежат в одной плоскости, то они не скрещиваются. Прямые a и b лежат в одной плоскости и не пересекаются. Следовательно, прямые a и b параллельны.

Решение.

X – прямые параллельны,

Y – прямые пересекаются,

Z – прямые скрещиваются,

U – прямые лежат в одной плоскости.

$(xy'z'+x'yz'+x'y'z)(u \to z')uy' \to x = (xy'z'+x'yz'+x'y'z)(u'+z')uy' \to x =$

$(xy'z'+x'yz'+x'y'z)'+uz+u'+y+x = 1.$

Задача 4.

Подозреваемые А, В и С были вызваны для допроса. Установлено следующее:

1. Никто, кроме А, В и С, в хищении не замешан.
2. А никогда не идёт на дело без по крайней мере одного соучастника.
3. С не виновен.

Виновен или не виновен В?

Решение.

Обозначим через a, b, c виновность А, В и С. Тогда получим полную единицу системы в виде:

$M = (a+b+c)(a \to (abc'+ab'c+abc))c' = (a+b+c)(a'+b+c)c' = (a+b+c)(a'c'+bc') = bc'$.

Итак: В виновен безусловно, но, возможно, виновен и А.

Задача 5.

Известно, что, если данный многоугольник правильный, то в него можно вписать окружность.

Данный многоугольник правильный, следовательно, в него можно вписать окружность.

В данный многоугольник нельзя вписать окружность, следовательно, он неправильный.

В данный многоугольник можно вписать окружность, следовательно, он правильный.

Проверить эти утверждения.

Решение.

X – многоугольник правильный, Y – в многоугольник можно вписать окружность.

$(x \to y)x \to y = (x'+y)x \to y = xy \to\ y\ x'+y'+y = 1$.

$(x \to y)y' \to x' = (x'+y)y' \to x' = x'y'+x'\ x+y+x' = 1$.

$(x \to y)y \to x\ = (x'+y)y \to x = y \to x\ y'+x \neq 1$.

Действительно, в некоторые трапеции можно вписать окружность, но от этого они не станут правильными многоугольниками.

Задача 6.

Если число делится на 4, то оно чётное. Число – чётное. Значит, оно делится на 4.

Решение.

X – число делится на 4, Y – число чётное.

$(x \to y)y \to x = (x'+y)y \to x = y \to x = y'+x \neq 1$.

Задача 7.

Если бы он не пошёл в кино, то он не получил бы двойки. Если бы он подготовил домашнее задание, то не пошёл бы в кино. Он получил двойку. Значит, он не подготовил домашнее задание.

Решение.

x – пошёл в кино, y – получил двойку, z – подготовил домашнее задание.

$(x' \to y')(z \to x')y \to z' = (x+y')(z'+x')y \to z' = x'y+xz+y'+z' = 1$.

Задача 8.

Если аргументы некоторого рассуждения истинны, а его тезис не является таковым, то рассуждение не является правильным. Данное рассуждение правильно и его аргументы истинны. Следовательно, его тезис является истинным.

Решение.

X – аргументы верны, Y – тезис верен, Z – рассуждение верно.

$(xy' \to z')xz \to y = (x'+y+z')xz \to y = xyz \to y = x'+y'+z'+y = 1$.

Задача 9.

На острове живут только лжецы и рыцари. Рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут. Смаллиан спросил у жителей А и В, кто они. Предположим, что А ответил: « Или я лжец, или В рыцарь». Кто из двух персонажей А и В рыцарь и кто лжец?

Решение.

a – A – рыцарь, b – B - рыцарь .

Вар.1.

$a(a'+b) \oplus a'(a'+b)' = ab \oplus a'ab' = ab$.

Вар.2.

$[a \to (a'+b)][a' \to (a'+b)'] = (a'+a'+b)(a+ab') = (a'+b)a = ab$.

Оба варианта дали правильный ответ: персонажи А и В – рыцари. Каждый вариант решения занимает всего одну строчку. У Смаллиана эта процедура растягивается на две страницы [12, с.33 – 35], что говорит о безграмотности и бестолковости Смаллиана: весь использованный нами математический аппарат в его время был уже известен. Кроме того, Смаллиан просит связку ИЛИ-ИЛИ считать обыкновенной дизъюнкцией, хотя на самом деле это разделительное ИЛИ, т.е. «сумма по модулю 2».

Задача 10.

Если Джон - автор этого слуха, то он глуп или беспринципен. Следовательно, если Джон не глуп или не лишён принципов, то он не является автором этого слуха.

Решение.

X – Джон – автор слуха, Y – Джон глуп, Z – Джон беспринципен.

$(x \to (y+z)) \to ((y'+z') \to x') = (x'+y+z) \to (yz+x') = xy'z'+yz+x' \neq 1.$

Джон может быть автором вздорного слуха, т.е. заключение неверно.

Автор: Лобанов Владимир Иванович,
вед.научн.сотрудник ФГУП «ЦНИИ «Комета», к.т.н.