ИЛ

АКАДЕМИЯ
СОВРЕМЕННЫХ
ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ

ИЛ **Инженерная логика**

ИЛ.2 Силлогистика
(количество частей – 1, число страниц - 18)

ИЛ.3

Силлогистика – раздел логики, занимающийся анализом и синтезом силлогизмов. Силлогизм – это логическое рассуждение, состоящее из двух посылок, связанных друг с другом общим (средним) термином, и следующего из посылок заключения. В силлогизме обязательно присутствуют 3 термина: один средний и два крайних. Заключение определяет связь крайних терминов друг с другом.

Под анализом мы будем понимать проверку правильности заданного заключения, а под синтезом – нахождение заключения при заданных посылках.

Рассмотрим достаточно очевидный пример силлогизма:

Все люди талантливы.

Все школьники – люди.

Все школьники талантливы.

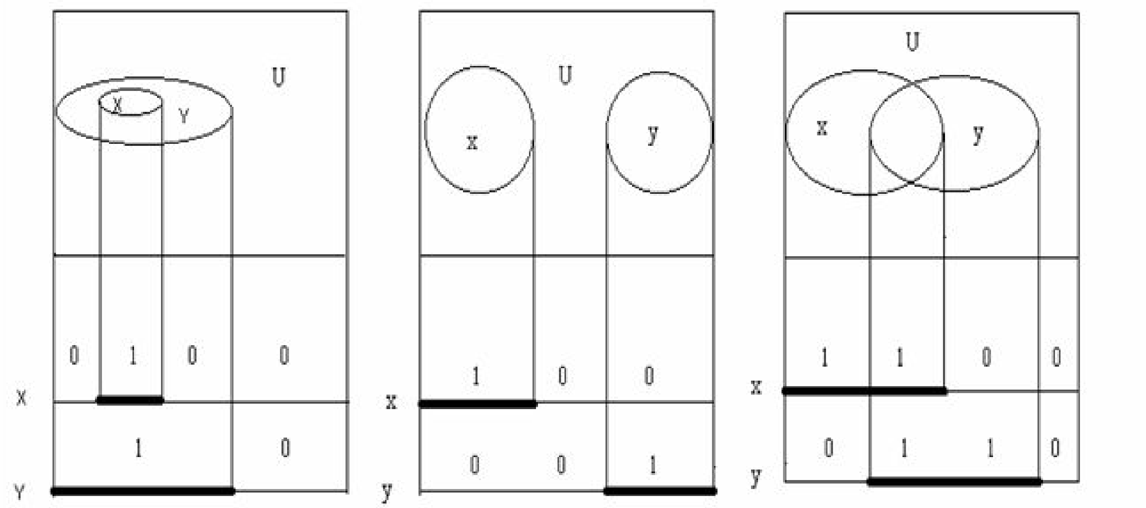
Здесь общим термином является слово «люди», крайние термины – «талантливые» и «школьники». Это очень простой силлогизм: полученное заключение, связывающее крайние термины, «Все школьники талантливы» не вызывает сомнений. Чуть посложнее задачка – и все «логики» (по саркастическому определению Кэрролла) пасуют. Чтобы ввести математику в силлогистику, пришлось создать скалярные диаграммы (диаграммы Лобанова). На их основе были получены математические соотношения для всех силлогистических функторов (кванторов). Классическая логика различает общеутвердительный (Axy), общеотрицательный (Exy), частноутвердительный (Ixy) и частноотрицательный (Oxy) функторы. Частноотрицательный функтор не имеет смысла, поэтому он нигде не используется. Вышеуказанные обозначения «переводятся на русский язык» следующим образом:

Axy – Все X суть У. Exy – Ни один X не есть У.

Ixy – Некоторые X суть У. Oxy – Некоторые X не суть У.

Автор в 1995г., создавая Русскую логику, не подозревал (а современные логики и до сих пор не подозревают), что 125 лет тому назад формулы для Axy, Exy очень красиво вывел П.С.Порецкий без всяких диаграмм. На рисунке показаны диаграммы Лобанова, переход к ним от диаграмм Венна и процесс вывода соотношений для Axy, Exy и Ixy.

На диаграммах символ U обозначает универсум. Под универсумом подразумевается мир вещей, понятий и т.п., в среде которых и находятся термины (множества) силлогизма. В вышеприведённом силлогизме в качестве универсума можно выбрать либо млекопитающих, либо всех животных, либо весь животный и растительный мир. Поэтому, задавая силлогизм, нужно обязательно оговаривать универсум.



x y	Axy
0 0	1
0 1	1
1 0	0
1 1	1

x y	Exy
0 0	1
0 1	1
1 0	1
1 1	0

x y	Ixy
0 0	1
0 1	1
1 0	1
1 1	1

Axy = x' + y. *Exy = x' + y'.* *Ixy = 1.*

Рассмотрим, как выполняется переход от скалярных диаграмм Лобанова к таблицам истинности на примере синтеза Axy. Из скалярной диаграммы для Axy видно, что аргументы x и y образуют следующие наборы: 00, 01 и 11. Поэтому против них в таблице истинности в графе Axy записаны единицы. Набора 10 не существует, поэтому против него в графе Axy записан нуль. После занесения таблицы истинности в карту Карно и минимизации была получена формула

Axy = x'+y.

Аналогично были получены формулы для Exy, Ixy.

Решение этой же задачи Порецким на основе формулы равнозначности выглядит так: *Axy = (x = xy) = x(xy)+x'(xy)' = xy+x'(x'+y') = xy+x' = x'+y.*

Здесь (x = xy) означает, что множество X является пересечением множеств X и Y. Аналогично по Порецкому *Exy = (x = xy') = xy'+x'(xy')' = xy'+x' = x'+y'*. Кстати, отсюда видно, что общеотрицательный функтор не нужен, т.к. ***Exy = Axy' = Ayx',*** т.е. вполне можно обойтись одним общеутвердительным функтором.

Этих формул до сих пор нет ни в одном учебнике логики.

Из анализа полученных соотношений следует весьма жёсткий вывод.

Логика суждений и логика предикатов (силлогистика) – это одно и то же. Дело в том, что общеутвердительный силлогистический функтор описывается по Порецкому и по Лобанову формулой: **$Axy = x' + y$.**

Импликация имеет тот же математический вид: **$x \rightarrow y = x' + y$.**

Да и общеразговорные значения этих операторов одинаковы. Мы говорим: «Все люди талантливы». Этот же смысл сохранится в суждении: «Если ты человек, то ты талантлив». «Во всяком равнобедренном треугольнике углы при основании равны» или «Если треугольник равнобедренный, то углы при основании равны».

Часто задают вопрос:«Почему $x \rightarrow y = x' + y$?».Именно потому,что **$x \rightarrow y \equiv Axy$**. Но Порецкий П.С. доказал, что $Axy = x' + y$, поэтому и $x \rightarrow y = x' + y$.

Следовательно, разделение на логику суждений и логику предикатов бессмысленно и свидетельствует о бестолковости современных матлогиков. Ну а математик, не знающий логики – по меньшей мере невежда и, вполне вероятно, что бестолочь. Во всяком случае, ни один математик не возмутился алгеброй множеств, логикой предикатов, кванторным исчислением и другими «находками» матлогиков. Дело в том, что алгебра множеств – это и есть алгебра логики, поскольку логика оперирует и множествами. Кванторное исчисление ничего не исчисляет, т.к. является обыкновенной мнемоникой. А логика предикатов, как мы только что сейчас доказали, и логика суждений – синонимы.

Для решения задач силлогистики автором были разработаны различные алгоритмы. Самый прозрачный и эффективный из них алгоритм **«ТВАТ»** (Тушинский вечерний авиационный техникум).

Алгоритм «ТВАТ» (графический синтез силлогизмов)

1.Изобразить все возможные ситуации для исходных посылок с помощью скалярных диаграмм.

2.Занести в таблицу истинности все значения $f(x,y)$ для входных наборов xy: 00,01,10,11.

3.Выполнить минимизацию логической функции заключения $f(x,y)$.

4.Полученный результат представить в виде силлогистического функтора.

В случае получения многовариантного заключения можно ограничиться выполнением лишь п.1 алгоритма «ТВАТ».

Проиллюстрируем возможности Русской логики на конкретном примере. Бертран Рассел в своей работе «История западной философии» (М.:2000 –768с.) на стр.194 приводит силлогизм:

Все люди разумны.

Некоторые животные – люди.

Некоторые животные – разумны.

Покажем на этом примере недостатки мышления Б.Рассела. Во-первых, отсутствие дисциплины мышления проявляется в отсутствии универсума, хотя даже 100 лет назад Льюис Кэрролл не позволял себе такого невежества. Определим, например, в качестве универсума для силлогизма Рассела весь животный и растительный мир. Во-вторых, последняя посылка с позиции русской логики просто бестолкова. Дело в том, что частноутвердительный функтор обладает симметрией. Мы можем высказать четыре равноценных суждения:

1. Некоторые студенты - молодые люди.
2. Некоторые студенты – немолодые люди.
3. Некоторые молодые люди – студенты.
4. Некоторые немолодые люди – студенты.

В силу симметрии частноутвердительного функтора мы должны при выбранном нами универсуме считать, что некоторые люди – животные, а остальные - деревья, кусты, грибы, цветы или другие растения. В соответствии с Русской логикой и здравым смыслом вторую посылку необходимо заменить суждением «Все люди – животные», поскольку именно это утверждение соответствует истине. В-третьих, по теории великого русского физиолога И.П. Павлова, а Рассел придерживался именно этой господствующей до сих пор теории, разумными могут быть люди и только люди, т.е. «люди» и «разумные существа» – равнозначные понятия. Следовательно, и первая посылка некорректна. Устранив ошибки невежества и бестолковости Б.Рассела, получим следующие посылки.

Все люди(m) и только люди разумны(x).

Все люди(m) – животные(y).

F(x,y) = ?

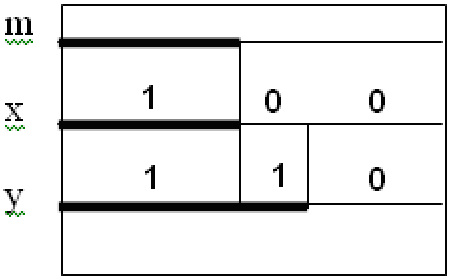
Решение.

Пусть x – разумные существа, m – люди, y – животные. Универсум – животный и растительный мир. Представим полную единицу системы M в виде произведения исходных посылок:

$$M = (x\sim m)Amy = (xm+x'm')(m'+y) = m'x'+xmy+x'm'y = m'x'+xmy$$

$$F(x,y) = M(x,y) = x'+y = Axy.$$

Этот результат получен аналитически простым удалением аргумента m из M. Более надёжным является графическое решение.

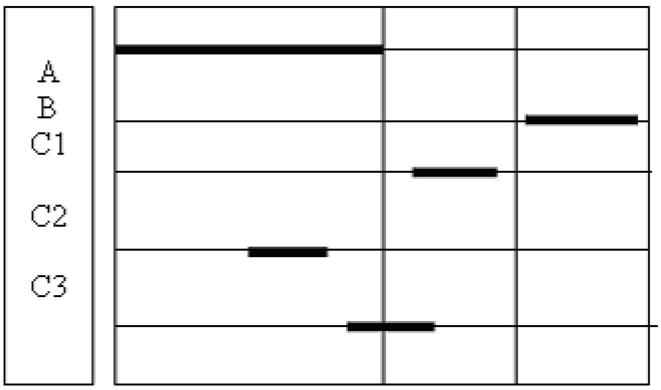


xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	0
11	1

F(x,y) = x'+y = Axy.

Из диаграмм Лобанова видно, что для аргументов x и y существуют следующие наборы: 00, 01 и 11. Поэтому против них в таблице истинности в графе f(x,y) записаны единицы. Набора 10 не существует, поэтому против него в графе f(x,y) записан нуль.

Таким образом мы получили правильное заключение «Все разумные – животные», что вполне согласуется со здравым смыслом и математикой. Б.Рассел в монографии «Искусство мыслить» (М.:1999) на с. 38 приводит такой силлогизм: «Если A находится вне B и B находится вне C, то A находится вне C». Данный силлогизм – образец безграмотности и глупости. По алгоритму ТВАТ построим диаграммы.



В результате мы получили трёхвариантное заключение: *Aca, Iac, Eac*. Кстати, если мы зададим количественные характеристики терминов: U=10, A=4, B=4, C=3, то получим двухвариантное заключение. Здесь не будет места для Eac: будут лишь Aca и Iac. Рассмотренные примеры демонстрируют не только дремучее невежество и вопиющую безграмотность Б.Рассела, но и его бестолковость.

При решении второй задачи Б.Рассела в классической логике мы получили бы так называемое интегрированное (обобщённое) заключение Iac. В настоящее время такие заключения никого не интересуют. Нам нужно знать абсолютно точно все варианты полученного решения и вероятности этих вариантов. В данном примере получены 3 варианта решения силлогизма: Eac, Aca, Iac. Это самое важное: найти все варианты заключений. Поиск вероятностей – дело техники, т.е. для средней школы дело второстепенное и необязательное. Кроме того, для определения вероятностей нужно иметь количественные характеристики всех терминов. Если в силлогизме получается лишь единственный вариант заключения, количественные характеристики терминов не нужны.

Приведём пример задачи на поиск заключения в силлогизме с заданными количественными характеристиками.

Задача 1.

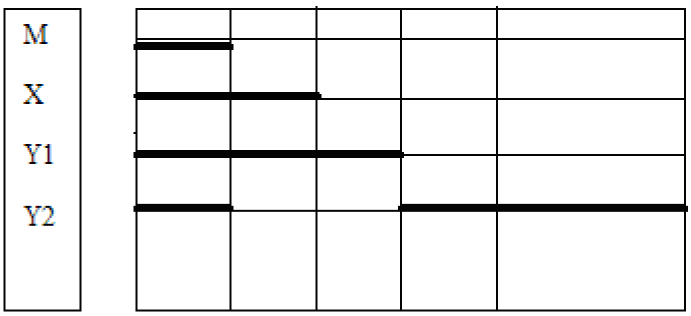
В кафе оказались вместе 5 юношей. Один из них спортсмен, два отличника, два школьника и 3 студента. Известно, что спортсмен является студентом отличником и что все спортсмены - студенты.

Найти все варианты заключения.

Решение.

Пусть U=5 – кол-во юношей, M=1 – кол-во спортсменов, X=2 – кол-во отличников, Y=3 – кол-во студентов.

Краткая запись условия задачи выглядит так: AmxAmy.



Из скалярных диаграмм видно, что либо все отличники – студенты, либо один школьник и один студент оказались отличниками.

Практикум по силлогистике.

Большинство задач позаимствовано из книги Кэрролла (Кэрролл Л. История с узелками. - М.:Мир,1973). Для английского логика характерен дурной тон в постановке исходных посылок: иногда весьма трудно понять, что подразумевает автор под той или иной фразой. Поэтому учащийся имеет право на подсказку-перевод с невразумительного языка логика-сказочника на чёткий математический язык.

Задача 1.

Проверить корректность 1-го правила посылок классической силлогистики. Решение.

Это правило формулируется так: «Хотя бы одна из посылок должна быть утвердительным суждением. Из двух отрицательных посылок заключение с необходимостью не следует». Подберём контр-пример на 1-е правило посылок.

Ни один человек(m) не является бессмертным(x).

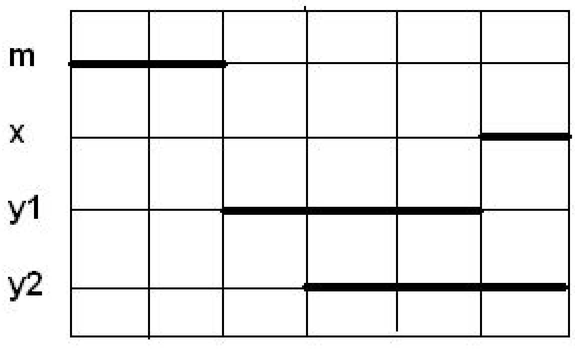
Ни один человек(m) не является счастливым(y).

F(x,y) = ?

В данном силлогизме универсумом(U=5) является множество существ: смертных и бессмертных богов (x). Пусть x=1. Количество счастливых (y) в нашем случае равно 3. Пусть множество смертных состоит из людей (m=2) и 3-х медведей.

Запись условия задачи: M = EmxEmy

По алгоритму ТВАТ получим графическое решение .



Мы получили двухвариантное заключение:

Бог несчастлив (счастливы только 3 медведя).

Бог счастлив (счастливы и какие-то 2 медведя из 3-х).

Мы доказали, что первое правило посылок некорректно.

Задача 2.

Проверить корректность 2-го правила посылок классической силлогистики.

Решение.

Это правило формулируется так: «Если одна из посылок – отрицательное суждение, то и заключение должно быть отрицательным». Контр-пример для этого случая может быть таким.

Все люди(m) – животные(x).

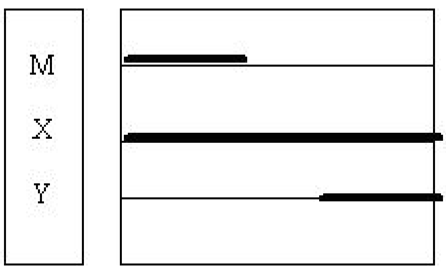
Ни один человек(m) не имеет хвоста(y).

F(x,y) = ?

В качестве универсума(U) примем множество животных. Наиболее наглядным является графическое решение по алгоритму ТВАТ. В этом случае можно не задавать количественные характеристики.

Аналитическая запись условия задачи выглядит так:

M = AmxEmy.



f(x,y) = Ayx.

Из скалярных диаграмм видно, что заключение является общеутвердительным: «Все хвостатые существа – животные», что опровергает 2-е правило посылок.

Задача 3.

Проверить корректность 3-го правила посылок классической силлогистики.

Решение.

Это правило формулируется так: «Хотя бы одна из посылок должна быть общим суждением. Из двух частных посылок заключение с необходимостью не следует». Рассмотрим контр-пример:

Некоторые люди (m) неграмотны (x).

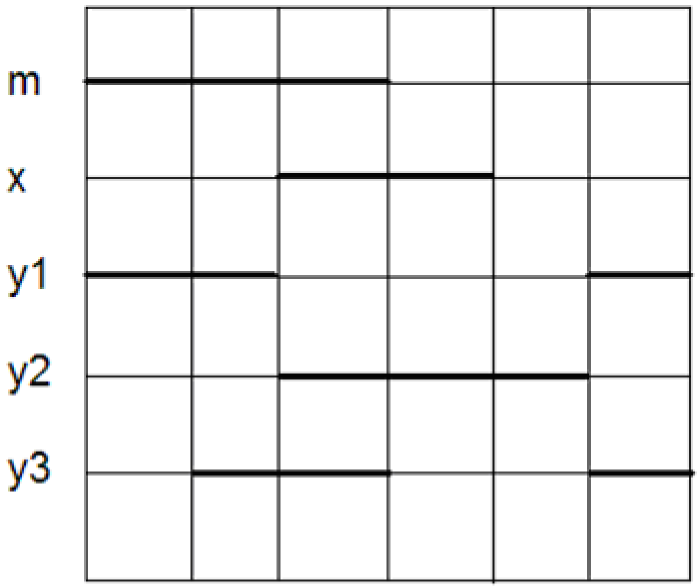
Некоторые люди (m) бескультурны (y).

F(x,y) = ?

Пусть (U=6) – множество животных, люди (m=3) – часть животного мира. Предположим, что бескультурным (y=3) может быть как неграмотный (x=2), так и грамотный. Животные, кроме людей, по определению не могут быть культурными.

Вновь воспользуемся алгоритмом ТВАТ.

Краткая запись условия задачи: M = ImxImy.



Получено трёхвариантное заключение:

1. Все неграмотные культурны.
2. Все неграмотные бескультурны.
3. Некоторые неграмотные культурны.

Такое заключение перечёркивает 3-е правило посылок.

Задача 4.

Проверим 4-е правило посылок: если одна из посылок – частное суждение, то и заключение должно быть частным. Проведём синтез силлогизма:

Все люди (m) смертны (x)

Некоторые люди (m) неграмотны (y)

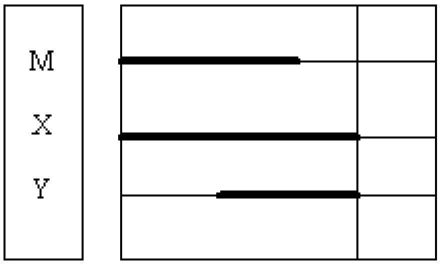
----

f(x,y) = ?

Решение.

Пусть в универсум входят люди, животные и боги. В этой задаче не требуются количественные характеристики. Богов будем считать грамотными.

Краткая запись условия задачи: M = AmxImy.



$f(x,y) = Ayx$

Полученный результат «Все неграмотные смертны» опровергает 4-е правило посылок.

Задача 5.

Все люди(x) смертны(m)

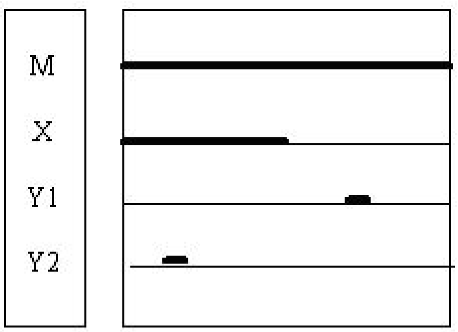
Сократ(y) – смертен(m)

f(x,y) = ?

Решение.

Если в силлогизме в качестве универсума примем множество животных, т. е. только смертных, то, не зная, что Сократ – человек, получим следующее решение. В данном случае задание количественных характеристик не обязательно.

Краткая запись условия задачи: M = AxmAym.



$f(x,y) = Ayx \lor Ayx'$

Расшифровывается эта формула так: «Сократ либо человек, либо животное».

Задача 6.

Все квадраты(m) суть прямоугольники(x)

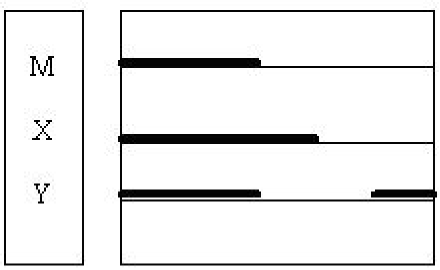
Все квадраты(m) суть ромбы(y)

f(x,y) = ?

Решение.

Краткая запись условия задачи: M = AmxAmy.

Если в качестве универсума используем понятие “параллелограммы”, то получим по алгоритму ТВАТ следующий результат:



f(x,y) = Ixy.

Заключение в этом случае звучит так: « Некоторые прямоугольники суть ромбы».

Задача 7.

Найти недостающую посылку:

Все люди (m) смертны (x)

f(m,y) = ?

Все неграмотные (y) смертны (x)

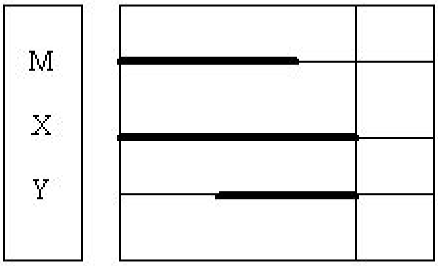
Решение.

Пусть в универсум входят люди, животные и боги, т.е. существа. Богов будем считать грамотными. Поскольку под грамотностью мы понимаем умение читать и писать, то всех животных необходимо признать неграмотными по определению. А поскольку нам известно, что и не все люди грамотные, то количественные параметры терминов нам не нужны. Однако за счёт подбора параметров можно получить искомую посылку в виде Emy.

Краткая запись условия задачи выглядит так:

Amx & f(m,y) → Ayx.

Изобразив на диаграммах Лобанова исходную посылку и заключение, легко найдём недостающую посылку:



f(m,y) = Imy.

Полученная посылка «Некоторые люди неграмотны» в очередной раз опровергает одно из классических правил посылок.

Задача 8.

Только философы (x) эгоисты (m).

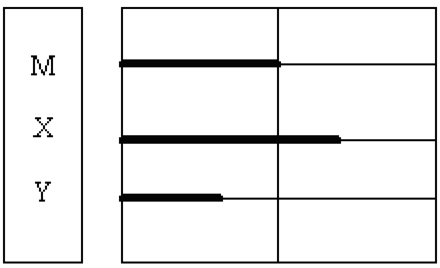
Нет циника (y), который не был бы эгоистом (m).

Следовательно, все циники – философы.

Решение.

Пусть x – философы, y – циники, m – эгоисты. Универсум – люди. Краткая запись условия задачи выглядит так: Amx & Aym → f(x,y). Количественные характеристики не требуются.

Тогда по алгоритму ТВАТ получим:



xy	f(x,y)
00	1
01	0
10	1
11	1

F(x,y) = y'+x = Ayx.

Заключение: «Все циники – философы».

Задача 9.

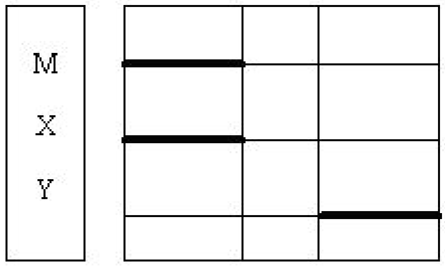
Каждого, кто верит в себя, можно считать Человеком.

Никто, ни один Человек не верит политикам.

Все, кто верит политикам, не верит в себя.

Решение.

Пусть x – кто верит в себя, m – Человек, y – кто верит политикам. Универсум – люди. Условие задачи: (x ~ m) & Eym → f(x,y).



xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	1
11	0

f(x,y) = x'+y' = Exy.

Задача 10.

Нет таких членов парламента, которые не участвуют в законотворчестве.

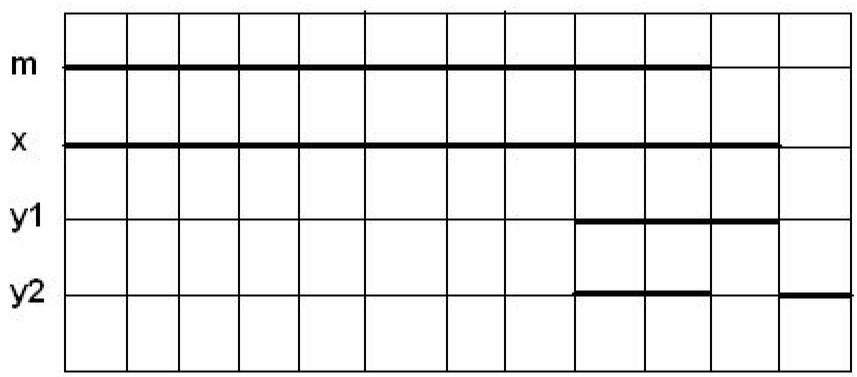
Только 20% членов парламента составляют юристы.

Не все, кто создают законы, являются юристами.

Решение.

В этом силлогизме Кэрролла следует задать количественные характеристики. Пусть m=10 – к-во членов парламента (тогда число парламентариев-юристов равно 2), x=11 – число законотворцев, y=3 - число юристов, U=12 – кол-во людей в зале заседаний.

Условие задачи: Amx & Iym → f(x,y).



Получено 2-вариантное заключение:

1. Все юристы – законотворцы (Ayx).

2. Все неюристы – законотворцы и все незаконотворцы – юристы (Ay’xAx’y).

Задача 11.

Среди юристов имеются профессиональные бизнесмены.

Настоящий бизнесмен не боится инфляции.

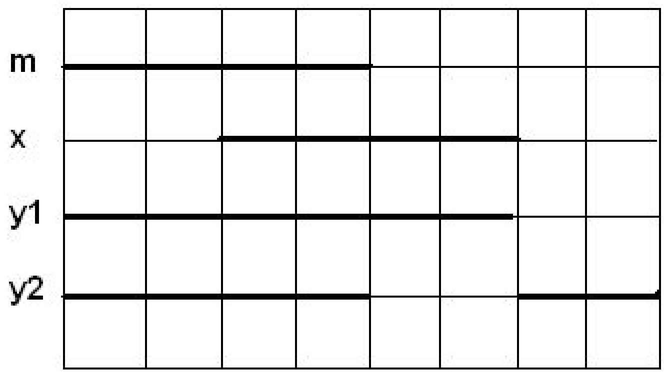
____

Некоторые юристы не опасаются инфляции.

Решение.

Здесь Кэрролл, как всегда, некорректен: он не задал количественные характеристики. Пусть x=4 – юристы, m=4 – бизнесмены, y=6 – не боящиеся инфляции предприниматели. Универсум U=8 – группа людей.

Условие задачи: Imx & Amy → f(x,y).



Получено 2-вариантное заключение:

1. Все юристы не боятся инфляции (Axy).

2. Все неюристы не боятся инфляции и все не боящиеся инфляции предприниматели – юристы (Ax’yAy’x).

Задача 12.

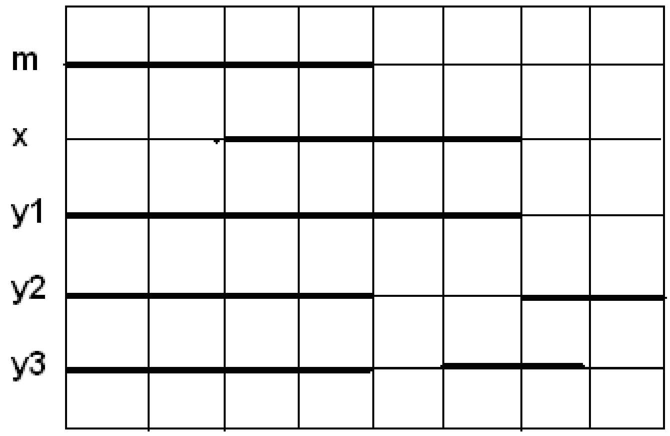
Не всякий любитель насилия любит собственных детей.

Только политики верят в пользу насилия.

Некоторые политики не любят своих детей.

Решение.

Пусть x=4 – политики, m=4 – любители насилия, y=6 – не любящие своих детей родители. Универсум U=8 – группа людей. Условие задачи: Imx & Amy → f(x,y).



Получено 3-вариантное заключение:

1. Все политики не любят своих детей (Axy).

2. Все неполитики не любят своих детей и все любящие своих детей родители – политики (Ax’yAy’x).

3. Некоторые политики не любят своих детей (Ixy).

Задача 13.

Только в споре рождается истина.

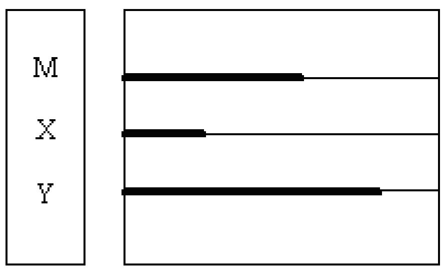
Никто не станет спорить, кроме глупца или мошенника.

Лишь глупец или мошенник могут достичь истины.

Решение.

Пусть x – “родители истины”, m – спорщики, y – глупец или мошенник. Универсум – люди.

Условие задачи: Axm & Amy → f(x,y).



xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	0
11	1

F(x,y) = x'+y = Axy.

Полученное заключение: «Родители истины» - глупцы или мошенники.

Задача 14.

Боязливый к прекрасному полу – боязлив и в жизни.

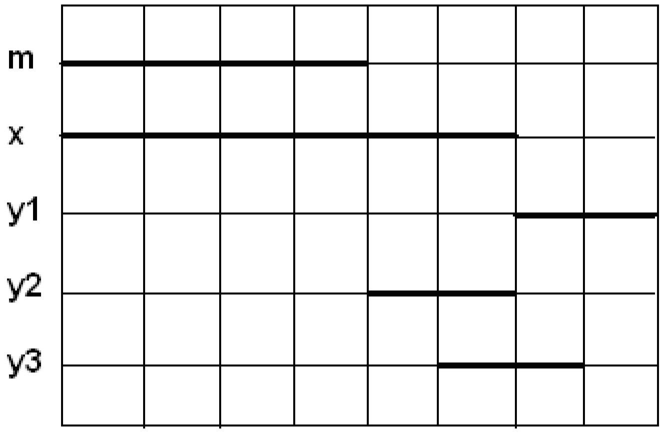
Тот, кто знает логику, не боится женщин.

Трус не разбирается в логике.

Решение.

Пусть x=6 – боязливый в жизни, m=4 – боящийся женщин, y=2 – знающий логику. Универсум U=8 – группа мужчин.

Условие задачи: Amx & Emy → f(x,y).



Получено 3-вариантное заключение:

1. Ни один трус не знает логику (Exy).
2. Все логики – трусы (Ayx).
3. Некоторые логики – трусы (Ixy).

В данном случае исходное заключение Кэрролла кардинально ошибочно.

Задача 15.

Среди болтунов нет логиков.

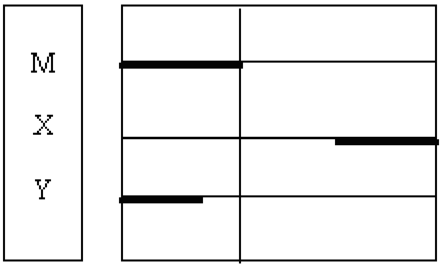
Все политики - болтуны.

Ни один логик не станет политиком.

Решение.

Пусть x – логик, m – болтун, y – политик. Универсум – люди.

Условие задачи: Emx & Aym → f(x,y).



xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	1
11	0

F(x,y) = x'+y' = Exy.

Ни один политик не является логиком.

Задача 16.

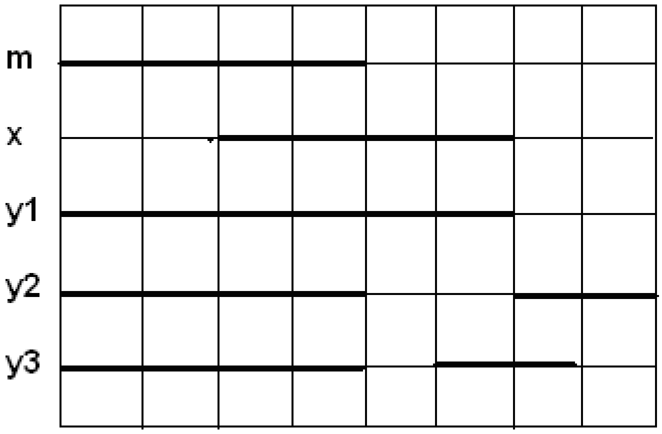
Иногда проходимец может оказаться ясновидцем.

Если ты ясновидец, то не должен лгать.

Существуют проходимцы, которые обязаны говорить правду.

Решение.

Пусть x=4 – проходимец, m=4 – ясновидец, y=6 – честный. Универсум U=8 – люди. Условие задачи: Imx & Amy → f(x,y).



Получено 3-вариантное заключение:

1. Все проходимцы – честные (Axy).
2. Все непроходимцы – честные и все нечестные – проходимцы (Ax’yAy’x).
3. Некоторые проходимцы – честные (Ixy).

Задача 17.

Все лентяи – двоечники.

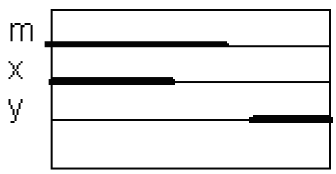
Ни один студент не любит получать двойки.

Значит, среди студентов нет лентяев.

Решение.

Пусть x – лентяй, m – двоечник, y – студент.Универсум – учащиеся.

Условие задачи: Axm & Emy → f(x,y).



xy	f(x,y)
00	1
01	1
10	1
11	0

$F(x,y) = x'+y' = Exy$.

Заключение: « Ни один студент не является лентяем.

Автор: Лобанов Владимир Иванович,

вед.научн.сотрудник ФГУП «ЦНИИ «Комета», к.т.н.